
Modelo matemático de tentativas de llamadas infructuosas

Por Ing. Duniesky Mendoza Cabriaes, Especialista D en Telemática, y Luis Rolando González Sánchez, Subgerente Filial Clientes, Unidad Básica de Clientes Trinidad, Sancti Spritus, ETECSA
duniesky@ssp.etcса.сu, luisn@ssp.etcса.сu

Introducción

Las causas que provocan que una llamada telefónica fracase son diversas y van desde los propios clientes, que con sus acciones pueden provocar que la conexión sea infructuosa, hasta la red telefónica, en la cual si falla cualquiera de sus elementos puede causar que la conexión sea fallida. En sentido general, estas causas se pueden dividir en causas atribuibles a los abonados o a la red. Entre las imputables a los usuarios las más comunes son las de errores de marcación, no contesta y abonado ocupado. Las de la red pueden ser roturas de los equipos telefónicos terminales, averías en la red de acceso telefónico y fallas en la red de señalización, conmutación o transmisión de enlaces troncales, etc. Por lo que aún si el abonado llamante se comporta correctamente y el sistema telefónico es perfecto, no todos los intentos de llamada dan por resultado una conversación.

Al analizar una llamada telefónica común entre dos abonados de la Red Telefónica Pública Conmutada

(RTPC), supuestamente el abonado *A* desea establecer conversación o conexión con el abonado *B*¹. Este intento de llamada puede resultar satisfactorio o bien una tentativa de llamada fracasada. En el caso de que la llamada resulte satisfactoria, los usuarios establecen una conexión normal, la cual puede verse afectada o no en dependencia de algunos factores de calidad de la red telefónica. Si la llamada no puede resultar completada, el proceso puede repetirse mediante nuevas tentativas o el abandono de la intención de llamar por parte del abonado.

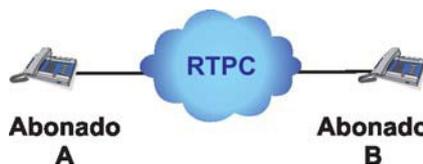


Figura 1 Comunicación entre dos abonados de una RTPC

Es lógico pensar que si el abonado no establece la llamada en una primera intención, entonces volverá a intentarlo hasta

lograr su objetivo o desistir del mismo. La persistencia de este dependerá de múltiples factores humanos que van desde el interés que tenga en comunicarse —elemento que varía de una llamada a otra— hasta la voluntad y perseverancia del abonado llamante.

La importancia de estudiar los intentos de llamadas individuales y los repetidos estriba en que cada vez que se produzca una tentativa de llamada, esta carga las unidades de control en la central con una carga casi constante, mientras que la de la red es proporcional a la duración de la llamada. A causa de esto, muchas tentativas de llamada fracasadas pueden sobrecargar los dispositivos de control, en tanto la red aún dispone de capacidad libre. En el caso de los reintentos de llamadas no son necesariamente motivados por problemas en el sistema telefónico, sino que también pueden ser causados, por ejemplo, por un abonado *B* ocupado.

Actualmente existen modelos matemáticos que simulan el comportamiento previsible de una

tentativa de llamada. Estas herramientas posibilitan realizar, de forma aproximada, un análisis de los datos y, por lo tanto, tener un acercamiento válido a los resultados obtenidos en la práctica. Es válida, entonces, la pretensión de desarrollar un modelo matemático que posibilite estimar aproximadamente la posibilidad (probabilidad), del completamiento de una DEM —Demanda de Uso de Servicio—.

Registro de las causas

El primer paso en el desarrollo del modelo es realizar de forma real y objetiva observaciones de las llamadas fructuosas e infructuosas, y presentar en forma de tablas las causas por las que las llamadas fallan. Esto permite evaluar correctamente la Calidad de Servicio (CDS) obtenida por el abonado que llama. La Recomendación E.422 de la UIT-T detalla las pautas al respecto y en los cuadros 1, 2, 3 y 4 de dicha recomendación se puede ver una forma típica de registrar estadísticamente las posibles causas que provocan que las llamadas no sean completadas —para las observaciones manuales o semiautomáticas se emplea el cuadro 1; los cuadros 2, 3 y 4 para las observaciones automáticas—.

Actualmente se efectúan mediciones automáticas a través de las que se reducen al mínimo los costes de realización; es posible la observación continua y sacar una muestra mayor; se elimina el error humano y se facilita el procesamiento automático de los datos; se garantiza la privacidad de las conversaciones y puede registrarse la hora a la cual se realizan las observaciones. No obstante, las observaciones manuales pueden resultar útiles en la supervisión de degradaciones de la transmisión como el ruido, el eco, la mutilación y la distorsión.

Estas causas se recopilan en los Registros de Detalles de las Llamadas² —*Call Detail Records (CDR)*—, que existen en forma de ficheros en la mayoría de las centrales telefónicas actuales. Su empleo permite registrar estadísticamente las causas de las llamadas fallidas de manera efectiva y, por lo tanto, resulta esencial para el análisis integral de los resultados.

En los cuadros explicados en la Recomendación E.422 se detallan cada una de las causas de infructuosidad posibles, pero para el estudio se hará un resumen general de las principales causas que influyen en el éxito de una llamada. En estos cuadros los errores se han agrupado en varias clases típicas, donde los únicos que pueden ser influenciados directamente por la Empresa de Explotación Reconocida (EER)³ son los errores técnicos y de señalización relacionados con la red. Estos errores son muy comunes en redes que tienen un gran componente analógico. En cambio, en una red digital moderna con señalización por canal común y conmutadores digitales esta clase de error es usualmente muy pequeña.

Generalmente los cuadros de la Recomendación E.422 se usan de manera práctica como se muestra en la tabla 1. Esta forma de registrar los resultados es en la actualidad la más empleada por las EER, porque resume en gran medida el volumen de causas por las cuales las llamadas resultan ineficaces.

Causa	Cantidad	Porcentaje
Error de A		
Errores técnicos, señalización y bloqueo		
B no contesta		
B ocupado		
B contesta = conversación		

Tabla 1 Forma práctica de registrar las causas

Modelo matemático para el caso de una tentativa de llamada individual

Las estadísticas de llamadas presentadas en la tabla 1 no son apropiadas para hacer análisis, pues tienen en cuenta solamente las tentativas que llegan a una etapa considerada. Los datos de la columna **porcentaje** representan las probabilidades individuales de cada etapa y no la probabilidad de que una tentativa de llamada se encuentre en una de esas etapas; es decir, no se considera la probabilidad de que la tentativa fracase en la etapa anterior.

La figura 2 muestra cómo se relacionan probabilísticamente las etapas mencionadas en la tabla 1. Entonces, al calcular las probabilidades de una etapa debe considerarse su probabilidad individual⁴ calculada en la tabla 1 y la probabilidad de que la tentativa no falle en la etapa anterior. En esa misma figura se puede observar cómo, en la medida que se avanza en el gráfico, la probabilidad de que un evento suceda depende de la probabilidad de que los eventos anteriores no ocurran.

Al tener en cuenta las notaciones establecidas en esa figura y suponiendo independencia en las etapas, se hallan las siguientes probabilidades condicionales para un intento de llamada:

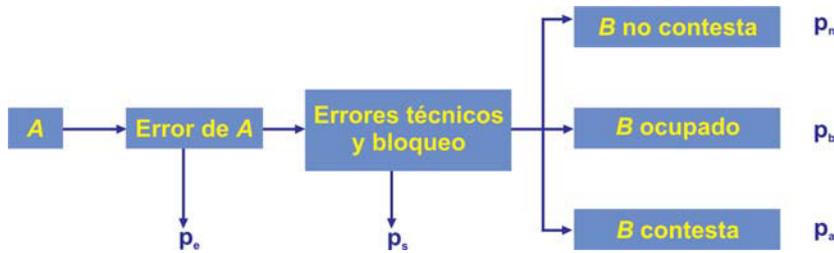


Figura 2 Etapas de una tentativa de llamada

$$p \text{ —error de A—} = p_e \quad [1]$$

$$p \text{ —congestión y errores técnicos—} = (1 - p_e) \cdot p_s \quad [2]$$

$$p \text{ —B no contesta—} = (1 - p_e) \cdot (1 - p_s) \cdot p_n \quad [3]$$

$$p \text{ —B ocupado—} = (1 - p_e) \cdot (1 - p_s) \cdot p_b \quad [4]$$

$$p \text{ —B contesta—} = (1 - p_e) \cdot (1 - p_s) \cdot p_a \quad [5]$$

La probabilidad de que para un intento de llamada cualquiera el abonado llamado conteste, se calcula mediante la ecuación 5, esta fórmula se interpreta como la probabilidad de que el intento se complete y, por lo tanto, se establezca la comunicación entre ambos abonados. Si se desea calcular la cantidad de intentos de llamadas que se completarán, entonces sólo hay que multiplicar $p \text{ —B contesta—}$ por la cantidad total de llamadas efectuadas, y se obtendrá una estimación aproximada del número de intentos de llamadas completadas.

Este modelo matemático es aplicable solamente para el caso de una tentativa de llamada. Es decir, permite modelar el comportamiento de una intención de llamada; pero ¿qué pasa cuando una llamada fracasa?, ¿los abonados desisten en su intención de comunicar o insisten en ella? Estos tipos de preguntas conllevan a pensar sobre los conceptos relacionados con la repetitividad de una llamada, si esta en un primer intento no llega a efectuarse.

Modelo matemático para el caso de tentativas de llamadas repetidas

Puede darse el caso de que la DEM anterior no se complete en un primer intento y el abonado A insiste en comunicarse. La figura 3 representa el modelo general que describe las tentativas de llamadas repetidas. Los cálculos se harán sobre la base de la probabilidad de reintento b , que es función del abonado que llama en su interés de comunicarse y, de esta manera, completar la llamada o abandonarla. El valor de esta probabilidad es individual y generalmente difiere para cada intención de llamada por parte de los clientes, incluso, para una misma necesidad de comunicarse esta probabilidad, puede variar en los sucesivos reintentos, pues su valor es función del interés o la necesidad de comunicación que tenga en ese momento el usuario que desea realizar la llamada. A pesar de esto, el modelo matemático que se analiza a continuación se hará a partir de un valor constante de la probabilidad de reintento, y no se tendrán en cuenta las variaciones de dicho valor.

Si β es la tasa de fallos o la proporción de intentos de llamadas que no logran ser eficaces, y $1 - \beta$ la tasa de eficacia; entonces: P_1 (fracaso) = β , y la probabilidad de éxito para estas primeras intenciones será: p_1 (éxito) = $1 - \beta$. Nótese que para este primer intento la probabilidad de éxito coincide con la probabilidad de que el abonado llamado conteste:

$$1 - \beta = p \text{ —B contesta—} = (1 - p_e) \cdot (1 - p_s) \cdot p_a$$

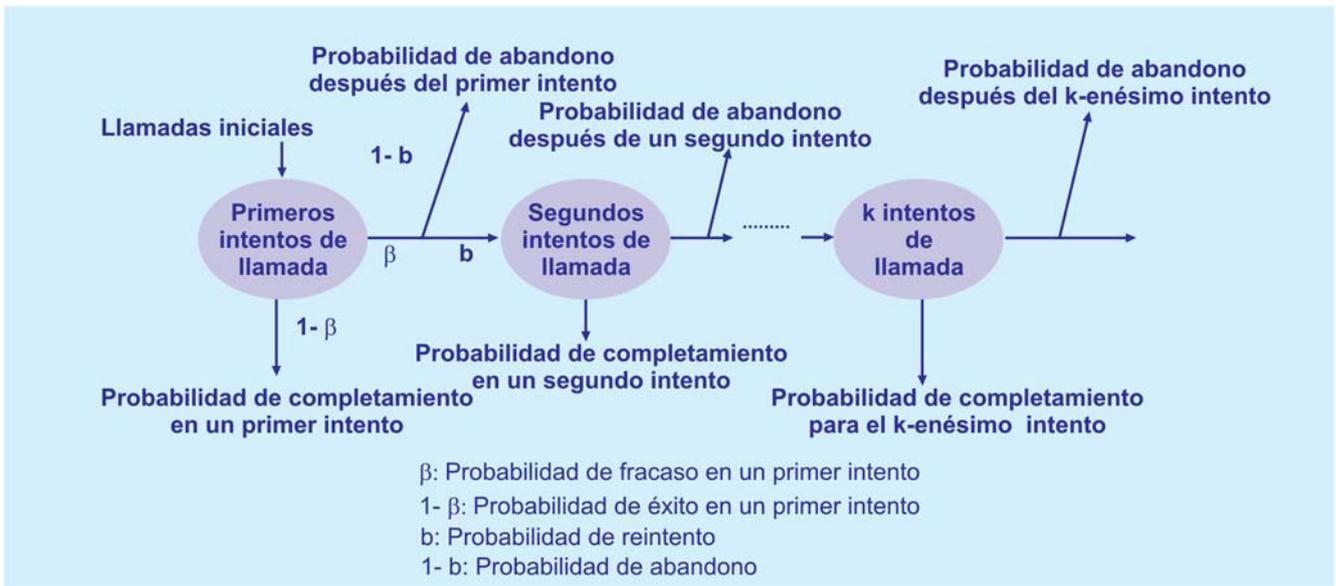


Figura 3 Proceso de tentativas de llamadas repetidas

En caso de que el intento de llamada fracase, entonces para esta primera toma la probabilidad de que el abonado persista en su propósito de conectarse es: p_1 (persistencia) = βb , donde b es la probabilidad de que se repita la tentativa de llamada infructuosa; y la probabilidad de que los abonados abandonen su interés de llamar es: p_1 (abandono) = $\beta (1 - b)$. Teniendo en cuenta el resultado anterior, se observa que si el abonado A no logra comunicarse en el primer intento, entonces puede persistir en sus intenciones de comunicarse y, por supuesto, habrá una segunda tentativa de llamada. Para este caso los resultados son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 p_2 \text{ (éxito)} &= (1 - \beta) \beta b \\
 p_2 \text{ (fracaso)} &= \beta^2 b \\
 p_2 \text{ (persistencia)} &= \beta^2 b^2 \\
 p_2 \text{ (abandono)} &= \beta^2 (1 - b) b
 \end{aligned}$$

Para un tercer intento de toma los resultados son:

$$\begin{aligned}
 p_3 \text{ {éxito}} &= (1 - \beta) \beta^2 b^2 \\
 p_3 \text{ {fracaso}} &= \beta^3 b^2 \\
 p_3 \text{ {persistencia}} &= \beta^3 b^3 \\
 p_3 \text{ {abandono}} &= \beta^3 (1 - b) b^2
 \end{aligned}$$

Si continúa este procedimiento se obtiene para k intentos:

$$p_k \text{ (éxito)} = (1-\beta)\beta^{k-1}b^{k-1} \quad [6]$$

$$p_k \text{ (fracaso)} = \beta^k b^{k-1} \quad [7]$$

$$p_k \text{ (persistencia)} = \beta^k b^k \quad [8]$$

$$p_k \text{ (abandono)} = \beta^k (1 - b) b^{k-1} \quad [9]$$

A partir de los resultados anteriores, para obtener la probabilidad total de éxito de la llamada, es necesario sumar las probabilidades de éxito de cada tentativa:

$$\begin{aligned}
 p_1 \text{ (éxito)} &= p_1 \text{ (éxito)} + p_2 \text{ (éxito)} + p_3 \text{ (éxito)} + \dots + p_k \text{ (éxito)} \\
 p_1 \text{ (éxito)} &= (1 - \beta) + (1 - \beta) \beta b + (1 - \beta) \beta^2 b^2 + \dots + (1 - \beta) \beta^{k-1} b^{k-1} \\
 p_1 \text{ (éxito)} &= (1 - \beta) (1 + \beta b + \beta^2 b^2 + \dots + \beta^{k-1} b^{k-1}) \quad [10]
 \end{aligned}$$

Si se recuerda la siguiente entidad matemática:

$$\frac{x^n - 1}{x - 1} = 1 + x + x^2 + \dots + x^{n-1}$$

y se aplica esta fórmula a la ecuación 10, entonces:

$$p_1 \text{ {éxito}} = \frac{(1-\beta)[(\beta b)^k - 1]}{\beta b - 1};$$

pero como $\beta < 1$ y $b < 1$, entonces $\beta b < 1$ y $(\beta b)^k \ll 1$, teniendo en cuenta este resultado, la probabilidad total para todas las tentativas de llamadas es:

$$p_t \{\text{éxito}\} = \frac{1-\beta}{1-\beta b} \quad [11]$$

De forma análoga se obtienen para las demás probabilidades las siguientes ecuaciones:

$$p_t \{\text{fracaso}\} = \frac{\beta}{1-\beta b} \quad [12]$$

$$p_t \{\text{persistencia}\} = \frac{\beta b}{1-\beta b} \quad [13]$$

$$p_t \{\text{abandono}\} = \frac{\beta(1-b)}{1-\beta b} \quad [14]$$

La tabla siguiente refleja las fórmulas obtenidas:

No. de tentativas	Probabilidad de éxito	Probabilidad de fracaso	Probabilidad de persistencia	Probabilidad de abandono
1	$1-\beta$	β	βb	$\beta(1-b)$
2	$(1-\beta)\beta b$	$\beta^2 b$	$\beta^3 b^3$	$\beta^2(1-b)b$
3	$(1-\beta)\beta^2 b^2$	$\beta^3 b^2$	$\beta^3 b^2$	$\beta^3(1-b)b^2$
.....
k	$(1-\beta)\beta^{k-1}b^{k-1}$	$\beta^k b^{k-1}$	$\beta^k b^k$	$\beta^k(1-b)b^{k-1}$
Total	$(1-\beta)/(1-\beta b)$	$\beta/(1-\beta b)$	$\beta b/(1-\beta b)$	$\beta(1-b)/(1-\beta b)$

Tabla 2 Resumen de probabilidades para tentativas de llamada repetidas

Matemáticamente se define la probabilidad como la relación entre los casos favorables y los casos posibles, luego la probabilidad de éxito se expresa como el cociente entre la cantidad de llamadas completadas (NOK) y la DEM. La ecuación 11 se reformula de la forma siguiente:

$$p_t \{\text{éxito}\} = \frac{NOK}{DEM} = \frac{(1-\beta)}{1-\beta b} \quad \text{de donde } NOK = \frac{(1-\beta) \cdot DEM}{1-\beta b} \quad \text{Como } 1-\beta$$

puede tomarse porcentualmente como la ASR⁵, de donde

$$\beta = 1 - \frac{ASR}{100}, \text{ entonces la anterior ecuación sería:}$$

$$NOK = \frac{\frac{ASR}{100} \cdot DEM}{1 - \left(1 - \frac{ASR}{100}\right) b} \quad [15]$$

De manera análoga el número de intentos de llamadas ineficaces (INEF) será:

$$p_t \{\text{fracaso}\} = \frac{INEF}{DEM} = \frac{\beta}{1-\beta b} \quad \text{de donde } INEF = \frac{\beta \cdot DEM}{1-\beta b}$$

$$INEF = \frac{\left(1 - \frac{ASR}{100}\right) \cdot DEM}{1 - \left(1 - \frac{ASR}{100}\right) b} \quad [16]$$

La cantidad de intentos abandonados (NLL_AB):

$$p_i \{\text{abandono}\} = \frac{NLL_AB}{DEM} = \frac{\beta(1-b)}{1-\beta b} \text{ de donde: } NLL_AB = \frac{\beta(1-b)DEM}{1-\beta b}$$

$$NLL_AB = \frac{1 - \left(\frac{ASR}{100}\right)(1-b)DEM}{\left(1 - 1 - \frac{ASR}{100}\right) b} \quad [17]$$

El número de intentos de llamadas repetidos (NLL_R):

$$p_i \{\text{persistencia}\} = \frac{NLL_R}{DEM} = \frac{b\beta}{1-\beta b} \text{ de donde } NLL_R = \frac{b\beta \cdot DEM}{1-\beta b}$$

$$NLL_R = \frac{b \left(1 - \frac{ASR}{100}\right) DEM}{1 - \left(1 - \frac{ASR}{100}\right) b} \quad [18]$$

Mejora de la tasa de llamadas completadas

Si se tiene determinado valor de la tasa de llamadas completadas (ASR_i) y por mejoras hechas se eleva hasta alcanzar un valor ASR_j , este aumento de la tasa de tomas con respuesta provoca que la cantidad de llamadas completadas aumente y, por consiguiente, la cantidad de llamadas ineficaces o perdidas disminuya los reintentos de llamadas. Teniendo en cuenta lo anterior y a partir de la ecuación 15, el incremento del número de llamadas completadas sería:

$$\Delta NOK = NOK(ASR_j) - NOK(ASR_i)$$

$$\Delta NOK = DEM \left(\frac{\frac{ASR_j}{100}}{1 - \left(1 - \frac{ASR_j}{100}\right) b} - \frac{\frac{ASR_i}{100}}{1 - \left(1 - \frac{ASR_i}{100}\right) b} \right)$$

Con un arreglo matemático, la ecuación anterior quedaría:

$$\Delta NOK = DEM \left(\frac{100(1-b)(ASR_j - ASR_i)}{[100 - (100 - ASR_j)b][100 - (100 - ASR_i)b]} \right) \quad [19]$$

Para el caso de las llamadas ineficaces, la cantidad de llamadas fracasadas disminuye debido al aumento de la tasa de completamiento de llamadas.

Consecuentemente con la ecuación 16, para estimar la disminución de intentos ineficaces es de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Delta INEF &= INEF(ASR_j) - INEF(ASR_i) \\ \Delta INEF &= DEM \left(\frac{\left(1 - \frac{ASR_i}{100}\right) \left(1 - \frac{ASR_j}{100}\right)}{1 - \left(1 - \frac{ASR_i}{100}\right)^b} - \frac{\left(1 - \frac{ASR_j}{100}\right) \left(1 - \frac{ASR_i}{100}\right)}{1 - \left(1 - \frac{ASR_j}{100}\right)^b} \right) \\ \Delta INEF &= DEM \left(\frac{100 (ASR_j - ASR_i)}{[100 - (100 - ASR_j)b][100 - (100 - ASR_i)b]} \right) \end{aligned} \quad [20]$$

Al dividir miembro a miembro la ecuación 19 y la 20 se obtiene que:

$$\frac{\Delta NOK}{\Delta INEF} = 1 - b \quad [21]$$

De esta última relación se deduce que el factor $1 - b$ es la proporción de la disminución de intentos ineficaces que pasa a aumentar el número de llamadas completadas.

Estimación de la probabilidad de reintento

En los cálculos desarrollados a lo largo de este capítulo, la probabilidad de reintento b es ampliamente empleada, por lo tanto, tener un valor exacto de esta o, por lo menos, el rango de valores más aproximado posible, es de vital importancia. Para determinar sus valores posibles es necesario realizar estudios de comportamiento del cliente. Si de la ecuación 21 se despeja la probabilidad de reintento se obtiene:

$$b = \frac{100NOK - ASR.DEM}{NOK (100 - ASR)} \quad [22]$$

Estudios realizados en algunos países han determinado que el valor equivalente de b , para un volumen elevado de observaciones, oscila alrededor de 0,7. Actualmente, la tendencia de este valor es disminuir lentamente, hecho que está motivado por la gran proliferación de alternativas de comunicación que existe. Por ejemplo, cuando una llamada no se completa por la telefonía fija, el cliente tiene la opción de probar suerte con la telefonía móvil, incluso puede emplear la comunicación por Internet —correos electrónicos o los chat, etc.—. Desde el punto de vista de la telefonía fija este abandono de la llamada, para probar suerte con otro medio de comunicación, representa una pérdida; pero, para el otro sistema de comunicación, es una ganancia.

Conclusiones

Cuando se efectúa una intención de llamada esta puede conseguirse en una o varias intenciones o nunca completarse. En el supuesto caso de que la llamada se efectúe, será facturada, aunque haya sido consecuencia de uno o varios intentos inefectivos que cargan el sistema con ocupaciones ociosas. Esta llamada, independientemente del costo en

cuanto a los recursos de la red que se emplearon para completarse, será factible desde el punto de vista económico. Pero como no todos los intentos de llamadas realizados por un abonado se consiguen, entonces se produce un abandono de la llamada y la pérdida de la facturación correspondiente. Desde todos los puntos de vista, tanto la EER como el cliente pierden, pues la DEM no logra satisfacerse y no se generan ingresos por esa intención de llamada. Gestionar correctamente las tentativas de llamadas fracasadas permite a las EER lograr altos índices de completamiento de llamadas, lo que repercute cualitativa y cuantitativamente, pues posibilita mejorar la CDS ofrecida al cliente además del resultado económico de la empresa.

Este último aspecto es el menos tratado pero, sin lugar a dudas, se debe tener en cuenta, porque todas las llamadas abandonadas se asumen como pérdidas económicas, debido a que el abonado desiste en sus deseos de comunicarse y entonces no se factura esta llamada. A esta pérdida de ingresos se le conoce como fuga de facturación y es fácil de estimar al multiplicar la cantidad de llamadas abandonadas (NLL_AB) por el precio medio de cada una. De igual manera, si se multiplica la cantidad de llamadas completadas (NOK) por el precio medio de la llamada se obtiene lo que la EER está facturando.

Con estos resultados es posible valorar el monto total que la empresa pierde por concepto de fuga de facturación. Además, permiten comparar el volumen de ingresos facturados con la fuga de facturación, que es una medida de la eficiencia del proceso. Disminuir los niveles de fuga de facturación permisibles es tarea impostergable para las EER y ante cualquier alteración en los niveles permisibles es necesario realizar acciones concretas con el objetivo de minimizar este negativo impacto económico. 

Notas y citas bibliográficas

¹ La acción de utilizar el servicio telefónico por parte de un abonado se conoce como Demanda de Uso de Servicio (DEM).

² Los CDR son registros que cada central elabora en el momento en que le llega una llamada. Estos ficheros contienen los detalles de la llamada, como son la hora de la llamada, los números origen y destino, la duración y el importe de la llamada, las causas de las llamadas fallidas, entre otros.

³ Las Empresas de Explotación Reconocida (EER) son las compañías que se dedican a la explotación de los recursos relacionados con las telecomunicaciones.

⁴ Las probabilidades individuales de cada etapa son: p_e , p_s , p_n , p_b y p_a .

⁵ ASR —Answer Seizure Ratio / Tasa de Tomas con Respuesta—.

Bibliografía

Fiol Alfonso, Leoncio. "Algunos aspectos del tráfico artificial generado por las bajas tasas de completamiento de llamadas". Trabajo presentado en el XV Fórum de Ciencia y Técnica, ETECSA, julio 2003. Disponible en: <http://dlib.cinf.etcসা.ку/default.htm>. (Consultado: noviembre de 2005).

García Llorente, Antonio. "Impacto económico de la gestión de la tasa de llamadas completadas. Mirando a lo que no se ve". *Comunicaciones I+D*, no. 24 (enero 2002): Disponible en: <http://www.tid.es/presencia/publicaciones/comsid/esp/24/art13.pdf> + +tentativa+de+llamada&hl=es&lr=lang_es). (Consultado: diciembre de 2005).

Manual sobre Ingeniería de Teletráfico. Comisión de Estudio 2, Ginebra, diciembre 2002. Disponible en: <http://www.itu.int/>. (Consultado: octubre de 2005).

Recomendación UIT-T E.422 (02-1996). Observaciones de la calidad de servicio de llamadas telefónicas internacionales salientes. Disponible en: <http://www.cinf.etcসা.ку/>. (Consultado: septiembre de 2005).

Recomendación UIT-T E.425 (02-1996). Observaciones automáticas internas. Disponible en: <http://www.cinf.etcসা.ку/>. (Consultado: noviembre de 2005).